

# Projet de recherche et développement

## Transformée Mojette sur grilles régulières non cubiques

J. Thomas   C. Rougale

Polytech Nantes

Jeudi 5 février 2015

# Sommaire

- 1 Introduction
  - Présentation du sujet
  - Objectifs
  - Lattices
- 2 Propositions
  - Critères de comparaison
  - Cas de test
- 3 Résultats
  - Redondance
  - Variance du nombre de bins
  - Moyenne des pixels par bin
  - Variance des pixels par bin
- 4 Conclusion

# Outline

- 1 Introduction
  - Présentation du sujet
  - Objectifs
  - Lattices
- 2 Propositions
  - Critères de comparaison
  - Cas de test
- 3 Résultats
  - Redondance
  - Variance du nombre de bins
  - Moyenne des pixels par bin
  - Variance des pixels par bin
- 4 Conclusion

# Présentation du sujet

- Etude de la transformée Mojette
- utilisée principalement sur des grilles cubiques
- notre sujet : l'étudier sur des grilles non-cubiques
- comparer les performances

# Outline

- 1 Introduction
  - Présentation du sujet
  - Objectifs
  - Lattices
- 2 Propositions
  - Critères de comparaison
  - Cas de test
- 3 Résultats
  - Redondance
  - Variance du nombre de bins
  - Moyenne des pixels par bin
  - Variance des pixels par bin
- 4 Conclusion

# Objectifs

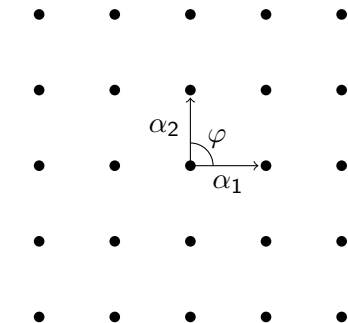
- Etude de différentes lattices
- Sélection d'une lattice non-cubique
- Comparaison des performances entre les 2 lattices
- Trouver des critères de comparaison

# Outline

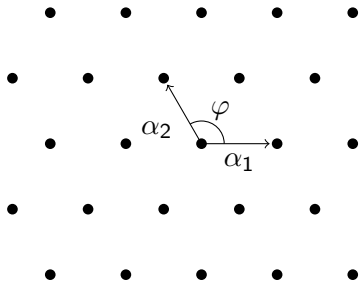
- 1 Introduction
  - Présentation du sujet
  - Objectifs
  - Lattices
- 2 Propositions
  - Critères de comparaison
  - Cas de test
- 3 Résultats
  - Redondance
  - Variance du nombre de bins
  - Moyenne des pixels par bin
  - Variance des pixels par bin
- 4 Conclusion

# Lattices

Qu'est-ce qu'une lattice ?



(a) Lattice carrée.  $|\alpha_1| = |\alpha_2|$ ,  
 $\varphi = 90^\circ$ .



(b) Lattice hexagonale.  
 $|\alpha_1| = |\alpha_2|$ ,  $\varphi = 120^\circ$ .

Figure: Représentation des différentes lattices



# Outline

- 1 Introduction
  - Présentation du sujet
  - Objectifs
  - Lattices
- 2 Propositions
  - Critères de comparaison
  - Cas de test
- 3 Résultats
  - Redondance
  - Variance du nombre de bins
  - Moyenne des pixels par bin
  - Variance des pixels par bin
- 4 Conclusion

# Critères de comparaison

## Redondance

La définition de la redondance est :

$$Red = \frac{nb_{bins}}{nb_{pixels}} - 1 \quad (1)$$

# Critères de comparaison

## Variance du nombre de bins

Nous définissons la variance du nombre de bins comme :

$$\text{Var}(B) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (B_i - B_m)^2 \quad (2)$$

avec

- $n$  projections
- $B_i$  le nombre de bins sur la projection  $i$
- $B_m$  le nombre moyen de bins

# Critères de comparaison

## Moyenne des pixels par bin

Nous définissons la moyenne du nombre de pixels par bin comme :

$$\text{Moyenne}(\text{pixels par bin}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i \quad (3)$$

avec

- $n$  le nombre total de bins
- $b_i$  la valeur du bin  $i$

# Critères de comparaison

## Variance des pixels par bin

Nous définissons la variance du nombre de pixels par bin comme :

$$\text{Variance}(\text{pixels par bin}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (b_i - \text{Moyenne}(\text{pixels par bin}))^2 \quad (4)$$

avec

- $n$  le nombre total de bins
- $b_i$  la valeur du bin  $i$

# Outline

- 1 Introduction
  - Présentation du sujet
  - Objectifs
  - Lattices
- 2 Propositions
  - Critères de comparaison
  - Cas de test
- 3 Résultats
  - Redondance
  - Variance du nombre de bins
  - Moyenne des pixels par bin
  - Variance des pixels par bin
- 4 Conclusion

# Le cas de test

## La construction de la grille

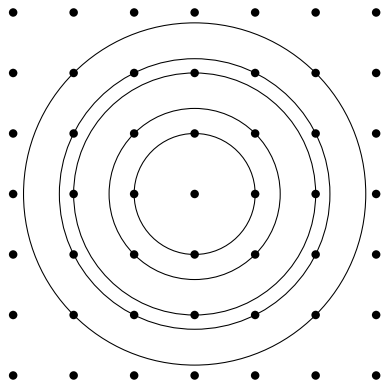


Figure: Construction de la grille carrée

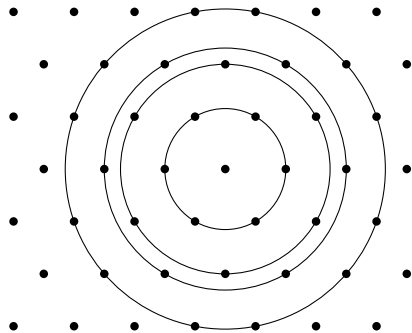


Figure: Construction de la grille hexagonale

# Cas de test

## Sélection des projections

### Theorem

*Complete reconstructability theorem: Statement 1: Both propositions are equivalent:*

- $f(k, l)$  defined on the convex  $G$  is reconstructible by  $\{\text{proj}_{p_i, q_i}, 1 \leq i \leq l\}$ ;
- $R$  constructed by  $l$  dilations ser  $\{O, (p_i, q_i), 1 \leq i \leq l\}$ .

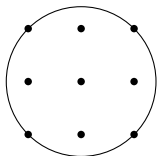
*Statement 2: Both propositions are equivalent:*

- $G$  is reconstructible by  $\{\text{proj}_{p_i, q_i}, 1 \leq i \leq l\}$ ;
- the erosion of  $G$  by  $R$  is null.



# Le cas de test

## La sélection des projections



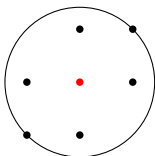
(a) Figure projetée



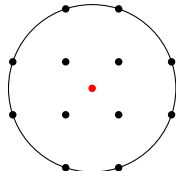
(b) Point  $(0,0)$  dilaté  
par le vecteur  $(1,0)$



(c) fig. 4b dilatée par  
le vecteur  $(0,1)$



(d) fig. 4c dilatée par le vecteur  
 $(1,1)$

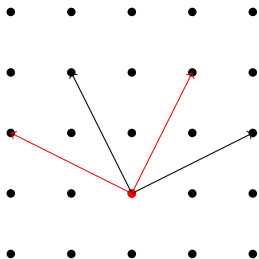


(e) fig. 4d dilatée par le vecteur  
 $(-1,1)$

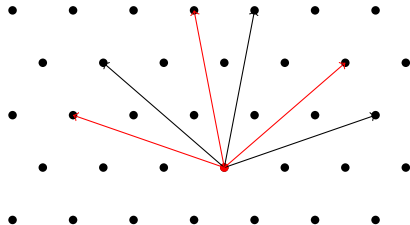
Figure: Exemple de dilatation dans la grille Carrée

# Le cas de test

## La sélection des projections



(a) rotation du vecteur  $(2,1)$  dans la grille Carrée



(b) rotation du vecteur  $(3,1)$  dans la grille Hexagonale

Figure: Exemple de rotation d'un vecteur

# Outline

- 1 Introduction
  - Présentation du sujet
  - Objectifs
  - Lattices
- 2 Propositions
  - Critères de comparaison
  - Cas de test
- 3 Résultats
  - Redondance
  - Variance du nombre de bins
  - Moyenne des pixels par bin
  - Variance des pixels par bin
- 4 Conclusion

# Résultats

## Redondance

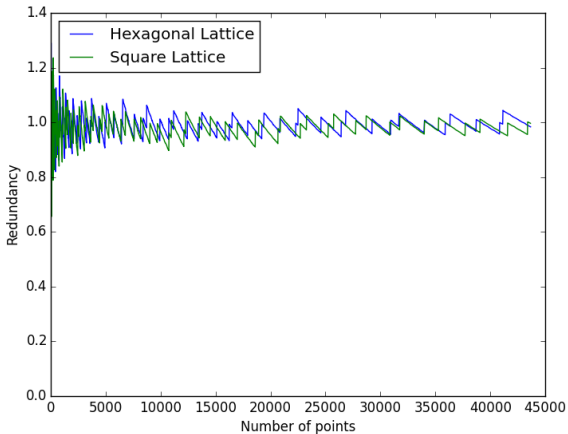


Figure: Redondance

# Outline

- 1 Introduction
  - Présentation du sujet
  - Objectifs
  - Lattices
- 2 Propositions
  - Critères de comparaison
  - Cas de test
- 3 Résultats
  - Redondance
  - **Variance du nombre de bins**
  - Moyenne des pixels par bin
  - Variance des pixels par bin
- 4 Conclusion

# Résultats

## Variance du nombre de bins

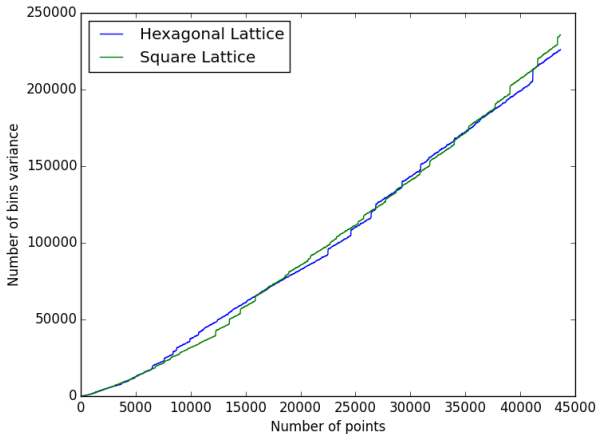


Figure: Variance du nombre de bins

# Outline

- 1 Introduction
  - Présentation du sujet
  - Objectifs
  - Lattices
- 2 Propositions
  - Critères de comparaison
  - Cas de test
- 3 Résultats
  - Redondance
  - Variance du nombre de bins
  - **Moyenne des pixels par bin**
  - Variance des pixels par bin
- 4 Conclusion

# Résultats

## Moyenne des pixels par bin

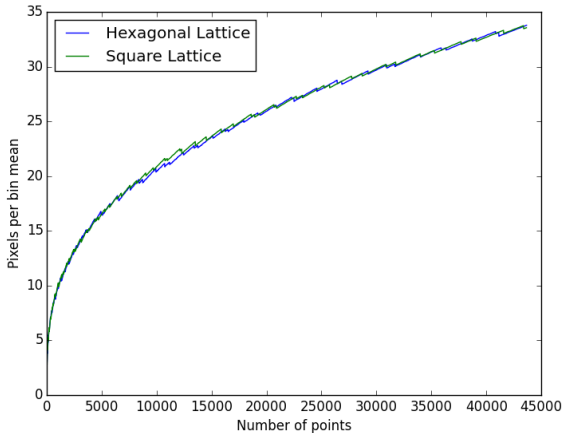


Figure: Moyenne des pixels par bin



# Outline

- 1 Introduction
  - Présentation du sujet
  - Objectifs
  - Lattices
- 2 Propositions
  - Critères de comparaison
  - Cas de test
- 3 Résultats
  - Redondance
  - Variance du nombre de bins
  - Moyenne des pixels par bin
  - Variance des pixels par bin
- 4 Conclusion

# Résultats

## Variance des pixels par bin

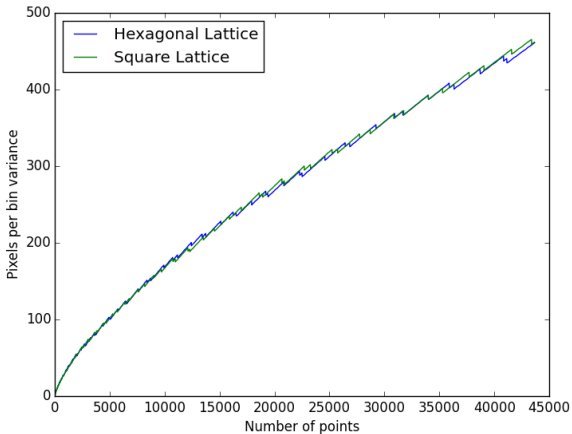


Figure: Variance des pixels par bin

# Conclusion

- Quasiment les mêmes résultats pour chaque critère
- Pas de meilleures performances de la transformée Mojette sur notre cas de test
- Pas d'utilité de la grille hexagonale
- Trouver de nouveaux critères ?
- Etude en 3D ?

# Conclusion

Avez vous des questions ?